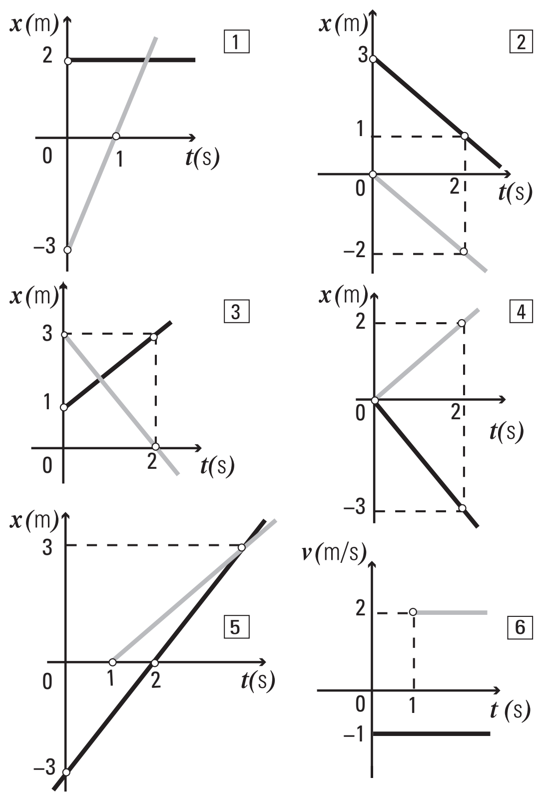
Unidad 2
Cinemática

1_Cinemática en una dimensión

Movimiento rectilíneo y uniforme

1- En cada uno de los gráficos se encuentra representado el movimiento de dos móviles en colores negro y gris.



Para los cinco primeros escribir las ecuaciones horarias, dar en cada caso las condiciones iniciales, y si corresponde, determinar cuándo se produce el encuentro.

En el sexto gráfico decir si se pueden escribir las ecuaciones de posición en función del tiempo para ambos móviles, ¿se necesita algún dato adicional?, ¿se puede saber dónde se encuentran?

2- Un cuerpo que en el instante $t = 0$ se encuentra en un punto A, viaja en línea recta con velocidad constante de módulo desconocido v.

Cuando transcurre un tiempo T el móvil pasa por un punto B que está a una distancia d de A.

a) Hallar $v = v\,(d, T)$

b) Dar dos expresiones para la posición del cuerpo en función del tiempo, una considerando un sistema de coordenadas con origen en A y otra considerando un sistema de coordenadas con origen en B, y graficarlas.

3- Un automóvil viaja en línea recta con velocidad constante desde A hasta C, pasando por B. Se sabe que por A pasa a las 12 h, por B a las 13 h y por C a las 15 h.

(AB = 50 km, BC = desconocido).

a) Elegir un origen de tiempo y un sistema de referencia.

b) Elegir un instante t_0 ¿cuánto vale x_0? Escribir la ecuación de movimiento.

c) Elegir otro instante t_0 ¿cuánto vale x_0? Escribir la ecuación de movimiento.

d) Demuestre, algebraicamente, que las ecuaciones halladas en b) y c) son equivalentes.

4- Un móvil 1 viaja en línea recta desde A hacia B (distancia AB = 300 km) a una velocidad constante $\vec{v}_1$, tardando 225 minutos en realizar el trayecto. Otro móvil lo hace de B hacia A a una velocidad $\vec{v}_2$, y tarda 360 minutos. El móvil 2 parte 1 hora antes que el móvil 1.

a) Elegir un origen de tiempo y un sistema de referencia.

b) Escribir los vectores velocidad $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2$ de los móviles 1 y 2, respectivamente.

c) En un mismo gráfico representar posición vs. tiempo para ambos móviles. Interpretar el significado del punto de intersección de ambas curvas. ¿Qué distancia recorrió cada móvil hasta el encuentro?

5- Repetir el problema anterior para el caso en que ambos móviles parten desde A hacia B.

6- Un ciclista que viaja en una trayectoria rectilínea recorre la mitad de su camino a 30 km/h, y la otra mitad a 20 km/h.

Despreciando el tiempo empleado en variar la velocidad:

a) Estimar entre qué valores estará el de la velocidad media con que hizo el viaje.

b) Trazar los gráficos cualitativos de posición y velocidad en función del tiempo.

c) Calcular el valor de dicha velocidad media.

ADVERTENCIA: $v_m \neq (v_1+v_2)/2$.

7- Una cuadrilla de empleados del ferrocarril viaja en una zorra por una vía rectilínea. En un instante dado, por la misma vía y a 180 m por detrás, ven venir un tren que viaja con una velocidad constante de 36 km/h.

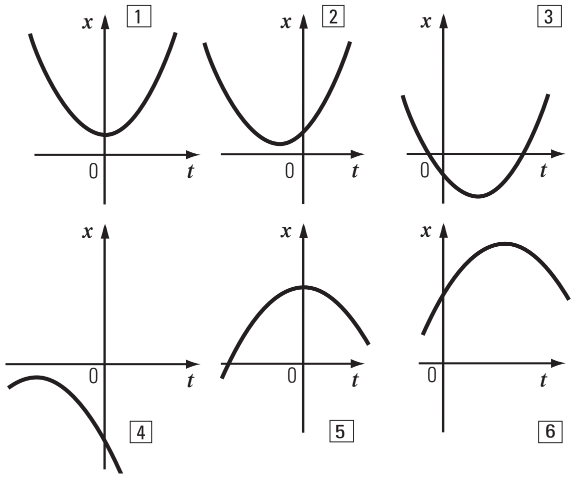
a) ¿A qué velocidad mínima y constante deberá moverse la zorra para poder llegar a un desvío, que en ese instante está 120 m más adelante, para evitar el choque?

b) Graficar velocidad y posición en función del tiempo, para ambos móviles.

c) Resolver ahora, considerando que se requieren 10 segundos para accionar el cambio de vía.

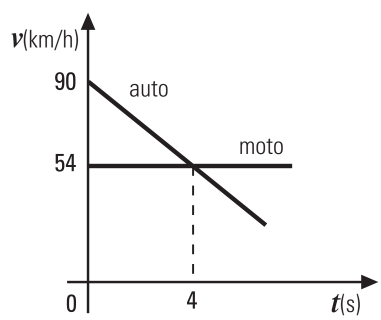
Movimiento rectilíneo uniformemente variado

8- a) Sin usar valores numéricos, en los siguientes gráficos de posición (x) en función del tiempo (t), determinar los signos de la posición, la aceleración (a) y la velocidad (v) en $t = 0$ s. Para cada caso graficar la velocidad y la aceleración en función del tiempo.



b) Suponer para los gráficos superiores $|x(t = 0)| = 1$ m y $|v(t = 0)| = 2$ m/s, a menos que sea nula. Para los gráficos inferiores suponer $|x(t = 0)| = 3$ m y $|v(t = 0)| = 4$ m/s, a menos que sea nula. Escribir explícitamente las ecuaciones de posición suponiendo para todos los casos que $|a| = 6$ m/s^2.

9- Un automovilista se da cuenta al sobrepasar un motociclista que se trata de un amigo e instantáneamente (se desprecia el tiempo de reacción) aplica los frenos. Toda la información está contenida en el gráfico v vs. t, en el que se ha prendido el cronómetro en el instante en el que el auto sobrepasa la moto.



a) Cuatro segundos después de que el coche pasa la moto, ¿quién va adelante?, ¿o van juntos? Justifique la respuesta.

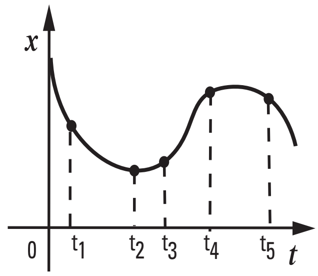
b) ¿Cuándo y dónde vuelven a encontrarse?

c) ¿Cuál es la velocidad del auto en ese momento?

d) Grafique x vs. t para ambos móviles.

e) ¿Podría hallar las soluciones a partir del gráfico v vs. t?

10- La figura muestra un gráfico de posición, x, en función del tiempo, t, para un móvil con movimiento rectilíneo.



¿Cuáles son los signos de v y a en los instantes: a) t_1; b) t_2 ;c) t_3; d) t_4 ; e) t_5 ?

Indique si el móvil está disminuyendo o aumentando el módulo de su velocidad en un instante posterior a los tiempos indicados en la figura.

11- Un auto viaja por una ruta a 20 m/s cuando observa un obstáculo delante de él a 50 m.

a) ¿Cómo deben ser los sentidos de los vectores aceleración y velocidad para que el auto frene?

b) ¿Cuál es la desaceleración mínima que debe imprimirse al automóvil para no chocar con el obstáculo?

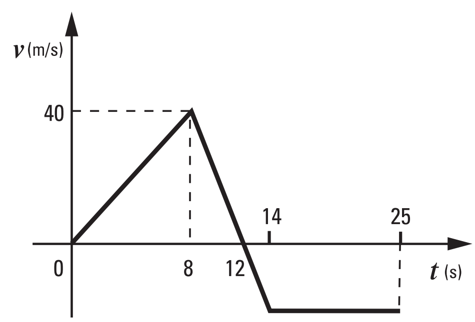
c) Idem que (b) teniendo en cuenta que el tiempo de respuesta del chofer es 0,3 segundos.

d) Muestre la situación calculada en (b) y (c) en un gráfico posición vs. tiempo.

12- El conductor de un tren subterráneo de 40 m de longitud, y que marcha a 15 m/s, debe aplicar los frenos 50 m antes de entrar en una estación cuyo andén mide 100 m de longitud.

Calcular entre qué valores debe hallarse el de la aceleración de frenado, para que el tren se detenga dentro de los límites del andén.

13- Analizar el gráfico dado, que corresponde a un movimiento rectilíneo en varias etapas.



Suponiendo que $x = 0$ m en $t = 0$ s, se pide:

a) Trazar los gráficos de aceleración y de posición en función del tiempo, determinando los valores correspondientes a los tiempos indicados.

b) Calcular la velocidad media del móvil, entre 0 y 25 segundos.

c) Escribir las ecuaciones horarias del móvil entre 0 y 25 segundos.

14- Un automóvil cuya velocidad es 90 km/h pasa ante un puesto caminero. En ese instante sale en su persecución un patrullero que parte del reposo y acelera uniformemente durante todo el recorrido. Sabiendo que el patrullero alcanza una velocidad de 90 km/h en 10 seg. Hallar:

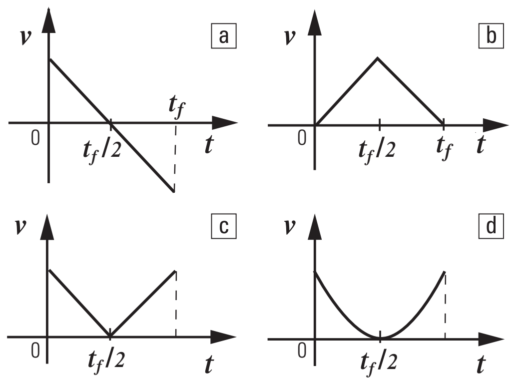
a) El tiempo que dura la persecución.

b) La posición en que el patrullero alcanza el automóvil.

c) La velocidad del patrullero en dicho punto.

d) Graficar, para ambos móviles, la velocidad en función del tiempo y relacione dicho gráfico con las respuestas a las preguntas a), b) y c).

15- Indicar cuál de los siguientes gráficos puede representar la velocidad en función del tiempo de un cuerpo que en el instante 0 se arroja verticalmente hacia arriba y regresa al punto de partida. Se desprecia el rozamiento del aire.



16. Desde una terraza a 40 m del suelo se lanza una piedra verticalmente hacia arriba con velocidad de 15 m/s.

Despreciando el rozamiento con el aire:

a) Calcular los vectores posición, velocidad y aceleración en el instante $t = 3$ s.

b) ¿Cuándo llega al suelo?.

c) ¿Cuándo y dónde se encuentra con una piedra arrojada desde el suelo verticalmente hacia arriba con una velocidad de 55 m/s y que parte desde el suelo en el mismo instante que la anterior?

d) Representar gráficamente (para ambas piedras) la posición, la velocidad y la aceleración en función del tiempo.

17- Un cuerpo se deja caer desde un globo aerostático, ubicado a 1000 m de altura, que desciende verticalmente con velocidad constante de 12 m/s. Despreciando el rozamiento con el aire:

a) Elegir un sistema de referencia y escribir las ecuaciones que describen el movimiento del cuerpo.

b) Calcular la velocidad y la distancia recorrida por el cuerpo al cabo de 10 seg.

c) Graficar en un mismo esquema x vs. t y v vs. t para el globo y el cuerpo.

d) Resolver los incisos a), b) y c) considerando que el globo asciende con velocidad constante de 12 m/s.

18- Una piedra que parte del reposo en caída libre recorre 67 m en el último segundo de su movimiento antes de tocar el piso.

Despreciando el rozamiento con el aire, determinar:

a) La altura desde la cual cayó.

b) El tiempo que tarda en llegar al piso.

c) La velocidad de llegada.

d) Graficar en función del tiempo posición, velocidad y aceleración.

19- ¿Con qué velocidad debe pasar un objeto por un punto P, moviéndose verticalmente, para que alcance un punto situado a una altura h del mismo, a los 3 y a los 7 segundos después de haber pasado por P, respectivamente?

Despreciar el rozamiento con el aire.

20- Un globo con gas asciende verticalmente con velocidad constante de 10 m/s. Cuando se encuentra a 16 m del piso, un muchacho que está debajo le dispara una piedra con su gomera, la que parte verticalmente a 30 m/s desde una altura de 1 m.

Despreciando el rozamiento con el aire:

a) ¿A qué distancia del piso alcanzará la piedra al globo? ¿Cuánto tiempo después de partir?

b) ¿Cuál será la velocidad de la piedra (respecto a tierra) en ese instante? Interpretar.

c) Suponiendo que pase por el costado, ¿vuelven a encontrarse? ¿Cuándo y dónde? ¿Cuál es la velocidad de la piedra en ese momento?

d) Trazar los gráficos correspondientes.

21- Juan arroja verticalmente hacia arriba una piedra, con una velocidad de partida de 10 m/s, y simultáneamente Pedro, que se encuentra 40 m más arriba, arroja otra hacia abajo, también con velocidad de 10 m/s.

Despreciando el rozamiento con el aire:

a) ¿A qué altura y en qué instante se cruzan ambas piedras?

b) Trazar los gráficos correspondientes e interpretar.

22- Una cañita voladora, que parte del reposo a nivel del piso, es impulsada verticalmente hacia arriba con una aceleración que se supone constante, mientras dura el combustible. Este se agota a los 5 segundos de partir, cuando está a 100 m de altura. Desde ese instante se mueve libremente (se desprecia el rozamiento con el aire) hasta que regresa al punto de partida.

Determinar:

a) La máxima velocidad que alcanza al ascender.

b) A qué altura (máxima) del piso llegará.

c) Trazar los gráficos de aceleración, velocidad y posición de la cañita en función del tiempo desde que parte hasta que vuelve al piso.

23- Las ecuaciones de movimiento para dos partículas A y B que se mueven en la misma dirección son las siguientes:

$x_A(t) = 3{,}2\, t^2 - 6t - 20$

$x_B(t) = 29 + 8{,}5\, t - 4{,}1\, t^2$,

Las constantes en las ecuaciones $x(t)$ tienen las unidades correspondientes para que x se exprese en metros, cuando t se expresa en segundos.

a) Calcular el instante t $(t \geq 0$ s$)$ y la posición en el cual las partículas se encuentran.

b) Calcular las velocidades de A y B en el instante de encuentro.

c) Graficar aceleración, velocidad y posición en función del tiempo.

Movimientos con aceleración dependiente del tiempo

Las constantes en las ecuaciones horarias tienen las unidades correspondientes para que x se exprese en metros y v en metros por segundo, cuando t se expresa en segundos.

Para cada ejercicio a continuación (del 24 al 29): establecer cuáles son los intervalos en los que el movimiento es acelerado y cuáles en los que es desacelerado. Determinar, si corresponde, cual/les es/son los instantes en el/los cual/les la rapidez es máxima.

24- El movimiento rectilíneo de una partícula está definido por la ecuación:

$x(t) = 2\, t^3 - 6\, t^2 + 28\, t - 10$,

donde x se expresa en metros y t en segundos.

Calcular la posición, la velocidad y la aceleración cuando $t = 10$ s.

25- La velocidad de una partícula que realiza un movimiento rectilíneo, para $t \geq 0$ s, viene dado por la ecuación: $v(t) = 3\, t^2 - 20\, t - 20$, donde v se expresa en metros por segundo y t en segundos. Sabiendo que para $t = 0$ s el móvil se encuentra en $x(t = 0) = -16$m.

a) Calcular la velocidad media y aceleración media de la partícula en el intervalo comprendido entre $t = 0$ s y $t = 12$ s.

b) Trazar las gráficas $x(t)$, $v(t)$ y $a(t)$.

26- La posición de una partícula, para $t \geq 0$ s, está dada por la ecuación:

$x(t) = t^3 - 6\, t^2 - 20\, t - 50$,

donde x se expresa en metros y t en segundos.

a) Calcular el instante en el cual su velocidad se anula.

b) Calcular la aceleración en dicho instante. Calcular la aceleración media en el intervalo comprendido entre $t = 0$ s y $t = t$ $(v = 0$ m/s$)$.

c) Trazar las gráficas $x(t)$; $v(t)$; y $a(t)$.

27- Una partícula se desplaza siguiendo una trayectoria rectilínea. Para cada una de las siguientes expresiones de la aceleración $a(t)$ de la partícula, encontrar la expresión más general para la velocidad $v(t)$ y la posición $x(t)$.

a) $a(t) = a_0$, donde a_0 es una constante.

b) $a(t) = a_0 \cos(\omega\, t)$, donde a_0 y ω son constantes.

c) $a(t) = A\, t^2$, donde A es una constante.

28- Una partícula se mueve linealmente siguiendo la ecuación:

$x(t) = x_0$ sen $(\omega\, t)$; siendo x_0 y ω constantes y donde x se mide en metros y t en segundos.

Encuentre la velocidad y la aceleración en función del tiempo.

29- La aceleración de una motocicleta que viaja en línea recta es $a = A\, t - B\, t^2$, con A = 1,2 m/s^3 y B = 0,120 m/s^4. La moto está en el origen de coordenadas en $t = 0$ s, en reposo.

a) Obtener la posición y la velocidad en función del tiempo.

b) Graficar la posición, la velocidad y la aceleración en función del tiempo.

c) Calcular la velocidad máxima que alcanza en el intervalo $0 \leq t \leq 15$ s.

2_Cinemática en dos dimensiones

1- Un insecto pasa caminando por el punto K ($\vec{r}_K = 2$ cm $\hat{x} + 8$ cm $\hat{y}$), con una velocidad $\vec{v}_K = -8$ cm/s $\hat{x} - 7$ cm/s $\hat{y}$. Tres segundos más tarde pasa por el punto L ($\vec{r}_L = 11$ cm $\hat{x} - 4$ cm $\hat{y}$) con velocidad $\vec{v}_L = -13$ cm/s $\hat{x} + 5$ cm/s $\hat{y}$.

a) En un esquema, trazar los vectores posición y velocidad del insecto para ambos instantes.

b) Determinar los vectores desplazamiento, velocidad media y aceleración media del insecto, entre ambos instantes.

c) Dibujar una posible trayectoria.

2- Una pista de atletismo consiste en dos tramos rectos paralelos, de 80 m de longitud cada uno, y dos tramos en forma de semicircunferencia, que los conectan por sus extremos para cerrar el circuito. Los tramos rectos están distanciados entre sí 40 m, de modo que los tramos curvos tienen 20 m de radio.

Un corredor la recorre con una velocidad de módulo constante e igual a 18 km/h.

a) Hacer un esquema de la pista; representar los vectores velocidad instantánea del corredor:

• en los puntos medios de los tramos rectos (Puntos A y C)

• en los puntos medios de los tramos curvos (Puntos B y D)

b) Hallar cuánto tiempo tardará en recorrer el circuito completo, y cuánto para ir de A hasta B, y de A hasta C.

c) Determinar el vector aceleración media del corredor entre los puntos A y C, y entre C y D.

d) Indicar la dirección y el sentido del vector aceleración instantánea en cada uno de los puntos indicados.

e) Hallar el vector velocidad media en un recorrido completo entre A y A, y la velocidad escalar media entre esos puntos.

Tiro oblicuo

3- Un arquero dispara desde el piso una flecha cuya velocidad de salida es de 50 m/s y forma un ángulo de 37° con la horizontal.

Considerando despreciable el rozamiento con el aire, y utilizando un sistema de coordenadas con el versor $\hat{x}$ hacia el lado del lanzamiento y el versor $\hat{y}$ hacia arriba, calcular:

a) El tiempo que la flecha está en el aire.

b) La altura máxima.

c) El alcance.

d) El vector velocidad a los 5 segundos.

e) El vector velocidad final.

f) Los vectores desplazamiento, velocidad media y aceleración media en los intervalos comprendidos entre los instantes $t = 0$ s y $t = t_{hmax}$; y entre $t = 0$ s y $t = t_{alcance}$.

4- Un gato maúlla con ganas, instalado sobre un muro de 2 m de altura. Juan está en su jardín, frente a él y a 18 m del muro, y pretende ahuyentarlo arrojándole un zapato.

El proyectil parte con una velocidad de 15 m/s, formando 53° con la horizontal, desde una altura de 1,25 m.

a) Hallar a qué distancia por encima de donde estaba el gato pasó el zapato.

b) Determinar a qué distancia al otro lado del muro llegó el zapato al piso.

5- Susana arroja horizontalmente su llavero desde la ventana de su departamento, y Andrés lo recibe a 1,2 m de altura sobre el piso, 0,8 segundos después. Sabiendo que Andrés se encuentra a 4,8 m del frente de la casa de Susana, hallar:

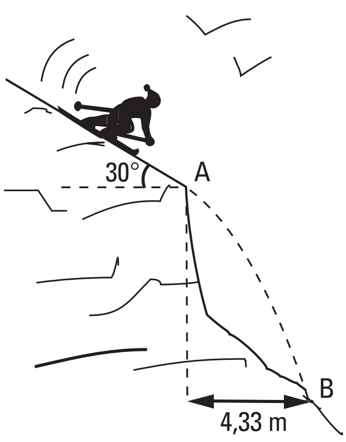
a) A qué altura del piso partió el llavero.

b) Con qué velocidad llegó a las manos de Andrés.

c) Escribir la ecuación de la trayectoria.

6- Un esquiador que se desliza por una rampa inclinada 30° llega al borde A con cierta velocidad. Luego de un segundo de vuelo libre, retoma la pista en B, 4,33 m más adelante del punto A.

Hallar la velocidad que tiene en el punto A, y el desnivel existente entre A y B. ¿Qué velocidad tendrá en B?



7- Una pelota es lanzada desde el piso con una velocidad cuyo módulo es $|\vec{v}_0|$, formando un ángulo α con la horizontal.

Despreciando el rozamiento con el aire:

a) Elegir un sistema de referencia y obtener las expresiones de los vectores posición, velocidad y aceleración en función del tiempo si $|\vec{v}_0| = 5$ m/s y para los casos donde $\alpha = n\ .\ \pi/6$ (n =1, 2, 3).

b) Hacer los gráficos de posición y velocidad en función del tiempo para los 3 valores de n.

c) Calcular la altura máxima (y_{max}) y el alcance (A) para cada valor de n y graficar y_{max} vs n y A vs n. Interpretar.

d) Calcule el vector velocidad y aceleración en los puntos de altura máxima ((y_{max}) y alcance (A).

e) A partir de las expresiones generales de y_{max} y A, encuentre la relación de ambos para cada valor de α.

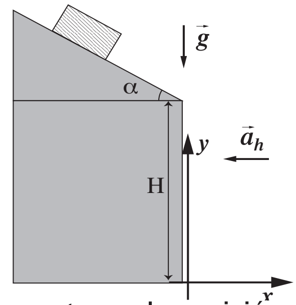
8- Un cuerpo baja deslizando por un plano inclinado que forma un ángulo $\alpha = 30°$ con la horizontal. Al llegar al final del mismo, el cuerpo alcanza una velocidad de módulo 10 m/s.

A partir de ese momento, el cuerpo cae, pero debido a la presencia de viento, adquiere también una aceleración horizontal $\vec{a}_h$. (Ver figura).

H = 200 m;

$|\vec{g}|$ = 10 m/s²;

$|\vec{a}_h|$ = 0,5 m/s².



a) Calcular el alcance.

b) Calcular la velocidad al llegar al piso.

9- Una botella que se encuentra en la posición x = 20 m e y = 30 m se deja caer desde el reposo. Al mismo tiempo, se lanza desde el origen de coordenadas una piedra con una velocidad de módulo 15 m/s.

a) Determinar el ángulo con el que debe lanzarse la piedra para que rompa la botella.

b) Si el ángulo es el hallado en a), calcular la altura a la que se produce el impacto.

c) Dibujar en un mismo gráfico la trayectoria de la piedra y la de la botella.

10- Las coordenadas de un ave que vuela en el plano xy son: x = 2,0 m – 3,6 m/s. t

y = 1,8 m/s². t^2

a) Dibujar la trayectoria del ave.

b) Calcular los vectores velocidad y aceleración en función del tiempo.

c) Dibujar los vectores velocidad y aceleración para t = 3 s.

En un instante inmediatamente posterior a t = 3 s, ¿el ave está acelerando, frenando o su rapidez no está cambiando?

d) Calcule los vectores desplazamiento, velocidad media y aceleración media en el intervalo comprendido entre los instantes $t = 0$ s y $t = 3$ s.

Movimiento circular

11- Un CD, de radio de 6 cm, gira a 2500 rpm.

a) Calcular el módulo de la velocidad angular en radianes por segundo.

b) Calcular el módulo de la velocidad tangencial de un punto sobre su borde.

c) Calcular la frecuencia en Hz.

12- Una varilla metálica de 30 cm de longitud gira respecto a uno de sus extremos a 60 rpm.

Calcular:

a) El período y el número de vueltas en 30 s.

b) El módulo de la velocidad de un punto de la varilla situado a 10, 20 y 30 cm del extremo fijo.

13- Un piloto de avión bien entrenado soporta aceleraciones de hasta 8 veces la de la gravedad, durante tiempos breves, sin perder el conocimiento. Si un avión vuela a 2300 km/h, ¿cuál será el radio de giro mínimo que puede soportar?

14- Si el período de un movimiento circular uniforme (MCU) se triplica, manteniendo el radio constante, ¿cómo cambian su:

a) velocidad angular?

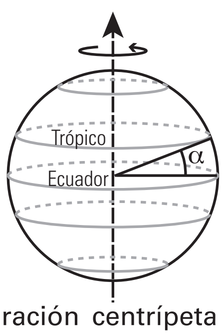
b) frecuencia?

c) aceleración normal o centrípeta?

15- a) Calcular el módulo de la velocidad de un punto situado sobre el ecuador en la Tierra.

b) Calcular el módulo de la velocidad de un punto ubicado en los trópicos, sabiendo que el ángulo que forman con el ecuador terrestre es $\alpha = 23^\circ\ 27'$ (latitud).

c) ¿Cuál es la velocidad de un punto ubicado en los polos?



16- a) ¿Cuánto vale la aceleración centrípeta de un objeto ubicado sobre el ecuador terrestre como consecuencia de la rotación de la Tierra sobre sí misma?

b) ¿Cuánto debería valer el período de rotación de la Tierra para que el módulo de la aceleración centrípeta en su superficie fuera igual a 9,8 m/s^2?

17- Una patinadora sobre hielo de 65 kgf de peso se mueve sobre una pista horizontal a 18 km/h. En cierto instante toma el extremo de una varilla , paralela a la pista y perpendicular a su trayectoria, cuyo extremo está enganchado a un poste vertical, de modo tal que su movimiento posterior es una circunsferencia de radio igual a 1 m. Determinar inmediatamente que toma la barra:

a) La velocidad angular.

b) El módulo de la aceleración centrípeta.

c) ¿Cómo cambian los resultados a) y b) si la patinadora pesa 50 kgf?

18- Teniendo en cuenta que la Tierra gira alrededor del Sol en 365,25 días y que el radio de giro medio es de 1,5 x 10^{11} m, calcular (suponiendo que la Tierra gira realizando un movimiento circular uniforme):

a) El módulo de la velocidad angular en rad/día.

b) El módulo de la velocidad tangencial.

c) El ángulo que recorrerá en 30 días.

d) El módulo de la aceleración centrípeta.

19- Calcular cuánto tiempo transcurre entre dos momentos en los cuales el Sol, Marte y Júpiter están alineados, de este modo, (suponiendo que ambos planetas se mueven con un movimiento circular uniforme). El período de la órbita alrededor del Sol de Marte es de 687 días terrestres y el de Júpiter es de 11,86 años terrestres.

20- La Estación Espacial Internacional gira con velocidad angular constante alrededor de la Tierra cada 90 minutos en una órbita a 300 km de altura sobre la superficie terrestre (por tanto, el radio de la órbita es de 6670 km).

a) Calcular el módulo de la velocidad angular.

b) Calcular el módulo de la velocidad tangencial.

c) ¿Tiene aceleración? En caso afirmativo, indicar sus características y, en caso negativo indicar la razón por la cual no existe.

21- Un disco gira, con movimiento uniforme, 13,2 radianes cada 6 segundos. Ubicar el centro del disco en el origen de coordenadas.

a) Calcular el módulo de la velocidad angular.

b) Calcular el período y la frecuencia de rotación.

c) ¿Cuánto tiempo tardará el disco en girar un ángulo de 780°?

d) ¿Y en efectuar 12 revoluciones?

e) Si la trayectoria está descripta en el plano (x, y), el giro es horario y el radio 1 m, expresar usando versores los vectores $\vec{v}$ y $\vec{a}$ cuando un punto del borde intercepta los ejes coordenados. (Utilizar un sistema de coordenadas con el $\hat{x}$ hacia la derecha y el $\hat{y}$ hacia arriba)

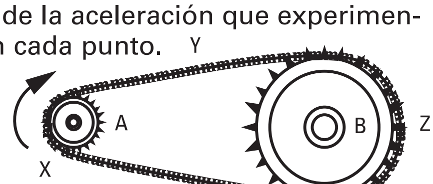
22- Dos ruedas dentadas, cuyos ejes A y B se encuentran a una distancia fija, se vinculan mediante una cadena para formar un mecanismo de transmisión similar al que puede observarse en una bicicleta. Sus radios son r_A = 3 cm, y r_B = 9 cm, respectivamente. Se hace girar a la rueda A con velocidad angular constante en el sentido indicado, a 100 rpm.

Considerando el pasaje de un eslabón sucesivamente por los puntos X, Y, Z, determinar:

a) El módulo de su velocidad, en cada punto.

b) La frecuencia con que gira la rueda B.

c) El módulo de la aceleración que experimenta el eslabón en cada punto.



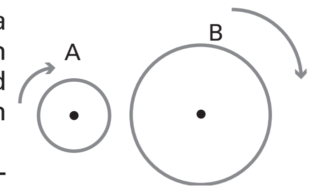
23- Un cuerpo inicialmente en reposo, tal que θ (t = 0) = 0 y ω (t = 0) = 0, es acelerado en una trayectoria circular de 1,3 m de radio, de acuerdo a la ley $\gamma = 120\ s^{-4}\ t^{2} - 48\ s^{-3}\ t + 16\ s^{-2}$ donde gamma (γ) es la aceleración angular medida en seg^{-2}; theta (θ) se mide en radianes y la velocidad angular omega (ω) en seg^{-1}. Hallar:

a) $\theta = \theta\ (t)$

b) $\omega = \omega\ (t)$

c) Expresar los vectores $\vec{v}$ y $\vec{a}$ en t = 0,3 s.

24- Dos ruedas A y B, de radios R_A= 20 cm y R_B= 40 cm giran en sentido horario. La frecuencia de rotación de la rueda A es de 120 rpm y la de la rueda B es de 240 rpm. En cierto instante se le aplica un freno a cada rueda de forma tal que A se detiene en 16 s y B en 8 s, ambas con aceleración angular constante.

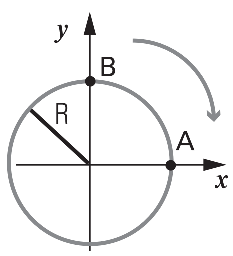


a) Para cada rueda expresar la aceleración angular, la velocidad angular y el ángulo en función del tiempo.

b) ¿En qué instante tienen ambas ruedas la misma velocidad angular? ¿En qué instante los puntos de la periferia tienen velocidades de igual módulo?

c) Calcular el ángulo barrido por cada rueda entre el instante en el cual se aplican los frenos y cada uno de los instantes del item b).

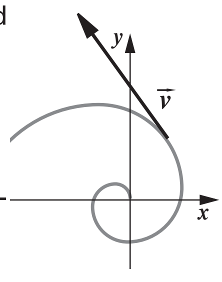
25- En una autopista circular de 7,5 m de radio dos competidores prueban sus motocicletas. Ambos giran en sentido horario. Uno de ellos, Gino, prueba su moto ejecutando un movimiento circular uniforme de frecuencia igual a 30 rpm. El otro, Miguel, realizando un movimiento uniformemente acelerado, cuya velocidad angular aumenta en forma constante a razón de π 1/s cada segundo. Miguel pasa por B con una velocidad angular de π 1/s en el mismo instante en el que Gino pasa por A.



a) Escribir las ecuaciones horarias $\theta(t)$ para cada una de las motos (especifique claramente cómo mide el ángulo θ). Hallar el instante y la posición en la cual ambos vehículos se encuentran por primera vez .

b) Calcule los vectores velocidad y aceleración de cada moto en el instante de encuentro. Represéntelos en un esquema.

26- Suponer que un objeto sigue una trayectoria en espiral, como se muestra en la figura, mientras viaja con una velocidad de módulo constante.



¿Es constante la velocidad del objeto?

¿Es constante su aceleración? Si el módulo de la aceleración no es constante, ¿aumenta o disminuye?

3_Movimiento relativo

1- Un catamarán, en el Tigre, se mueve a velocidad constante respecto de la orilla. Un empleado de la embarcación, en su tiempo de descanso, lanza una moneda en dirección vertical hacia arriba desde su mano. Un pescador desde la orilla se entretiene observando el movimiento de la moneda. Despreciando el rozamiento con el aire, cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas:

a) Para el pescador, la aceleración que tiene la moneda es la misma que la que observa el empleado.

b) Para el empleado, la moneda se mueve con movimiento rectilíneo y uniforme, al igual que el catamarán.

c) Para el pescador, hay en un instante en el cual la moneda tiene velocidad nula.

d) La altura máxima que alcanza la moneda, medida desde el nivel del agua, es mayor para el empleado, que para el pescador.

e) Para el empleado la velocidad vertical, instante a instante, es menor que la que observa el pescador.

f) Para el pescador, la velocidad de la moneda en la dirección horizontal es en sentido opuesto a la velocidad del catamarán.

g) Para el empleado, la moneda regresa a sus manos con una velocidad cuyo módulo es menor que la que tendría si el catamarán estuviese quieto.

h) Para el empleado, la moneda regresa a sus manos con la misma velocidad con que fue arrojada pero en sentido contrario.

i) El tiempo de vuelo (desde que arroja la moneda hasta que justo llega a sus manos) es mayor cuanto mayor sea la velocidad del catamarán.

j) La moneda regresa a las manos del empleado en el mismo tiempo en el que llegaría si el catamarán estuviese quieto.

k) Respecto del catamarán, el desplazamiento de la moneda desde que la arroja hasta que llega a las manos del joven es nulo.

2- Un avión que vuela en dirección horizontal a 300 m/s y a 800 metros de altura, deja caer un paquete. Despreciando el rozamiento con el aire, calcular, respecto del suelo y respecto del avión, el punto dónde caerá el paquete y a qué velocidad lo hará.

3- La casa de Juan se encuentra a 900 m (9 cuadras) de la casa de Diana. Caminando con velocidad constante, Juan tarda 10 minutos en cubrir esa distancia, mientras que Diana la recorre en 15 minutos.

Cierto día salen ambos a las 15 h, cada uno desde su casa y dirigiéndose a la casa del otro.

A partir de un sistema de referencia en el cual Diana está en reposo en el origen de coordenadas y cuyo sentido positivo apunta hacia la casa de Juan:

a) Determinar las velocidades relativas a dicho sistema de los personajes y sus respectivas casas.

b) Escribir las ecuaciones horarias correspondientes al movimiento de Juan en ese sistema. ¿Cuál será su posición en el mismo, al encontrarse con Diana?

c) Hallar el tiempo de encuentro, y la posición de ambas casas en ese instante, respecto de Diana.

d) Trazar los gráficos posición-tiempo y velocidad-tiempo correspondientes.

4- Dos carneros (uno blanco y otro negro) están en reposo, uno frente al otro, distanciados 24 m. En un instante dado, ambos parten para chocarse. Se supone que sus aceleraciones son constantes, y sus módulos 1,6 m/s^2 y 1,4 m/s^2, respectivamente.

A partir de un sistema de referencia en el cual el carnero blanco está en reposo y con sentido positivo apuntando hacia el carnero negro:

a) Escribir las ecuaciones horarias de ambos carneros.

b) Trazar los gráficos correspondientes.

5- El maquinista de un tren que avanza con una velocidad v_1 advierte delante de él, a una distancia d, la cola de un tren de carga que se mueve en su mismo sentido, con una velocidad v_2 constante, menor que la suya.

Frena entonces, con aceleración constante.

Determinar el mínimo valor del módulo de dicha aceleración, para evitar el choque.

SUGERENCIA: Adoptar un sistema de referencia fijo a uno de los trenes.

6- Entre los muelles A y B, que están en la misma orilla de un canal rectilíneo, hay una distancia de 400 m. Un bote de remos tarda 40 s en ir de A hasta B, y 50 s en regresar.

Considerando constantes los módulos de las velocidades del bote respecto del río ($|\vec{v}_{BR}|$) y de la corriente respecto a la orilla ($|\vec{v}_{RT}|$), hallar el valor de los mismos.

7- El muelle B se encuentra río abajo del muelle A sobre la misma orilla de un canal rectilíneo. Un bote se desplaza con una velocidad de 15 m/s respecto al agua. La velocidad de la corriente del arroyo es de 5 m/s. Sabiendo que, partiendo de A, tarda 3 minutos en su viaje de ida y vuelta a B (despreciando el tiempo que tarda en invertir el sentido), ¿cuál es la distancia entre muelles?

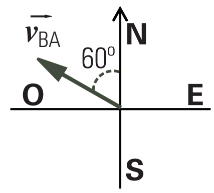
8- En un día de verano en que no hay viento se descarga un chaparrón, de modo tal que las gotas de agua siguen trayectorias verticales.

El conductor de un automóvil que marcha a 10 km/h ve que las gotas llegan en dirección perpendicular al parabrisas.

Sabiendo que el parabrisas forma un ángulo de 60° con la horizontal, hallar el módulo de las velocidades con que descienden las gotas de lluvia vistas desde tierra, y con la que golpean al parabrisas.

9- Un bote se mueve en dirección N 60° O, a 40 km/h con respecto al agua. La corriente es tal que el movimiento resultante con respecto a la orilla es hacia el Oeste a 50 km/h.

Calcular el módulo, la dirección y sentido de la velocidad de la corriente con respecto a Tierra.



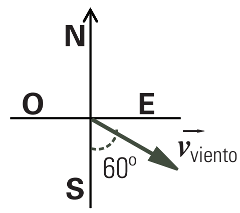
10- Un avión vuela desde un punto A hasta otro punto B que se encuentra 400 km de distancia en la dirección Este.

El viento sopla con velocidad de 100 km/h en dirección S 60° E.

Si el módulo de la velocidad de avión respecto al aire es de 300 km/h, calcular:

a) El ángulo con que el piloto debe orientar el avión.

b) Cuánto tarda el avión en llegar a B.

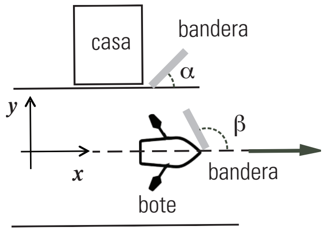


11- Una bandera, línea gris en el gráfico, situada en el mástil de un bote forma un ángulo de β = 143° como se muestra en la figura. Otra bandera similar situada en una casa en la orilla del río, forma un ángulo de α = 53°.

La velocidad del barco, respecto a tierra, es de 15 km/h paralelo a la orilla. Haga coincidir el versor $\hat{x}$ con la velocidad del barco, $\vec{v}_{BT}$ y al versor $\hat{y}$ perpendicular a la orilla, como muestra la figura. Calcular:

a) el módulo del vector velocidad del viento respecto de tierra.

b) el módulo del vector velocidad del viento respecto del bote.



12- Una lancha, que desarrolla una velocidad de 10 km/h en aguas quietas, tarda 10 minutos en cruzar un río de 1 km de ancho y llegar a un punto situado a 500 metros río arriba (o sea en sentido opuesto a la corriente) en la orilla de enfrente.

a) ¿Qué ángulo forma con la costa la dirección en la que está orientada la lancha?

b) ¿Cuál es el módulo de la velocidad de la corriente?

c) Si las aguas estuvieran quietas y la lancha se orientara en la misma dirección que la calculada en el ítem anterior, calcular cuánto tiempo tardaría en cruzar a la otra orilla y cuánto sería el módulo de su desplazamiento paralelo a la orilla.

13- (opcional) Una llanta de radio R rueda sin resbalar con velocidad del centro de masa constante $\vec{v}_0$ a lo largo de un plano horizontal.

a) Verificar que la posición de un punto de su borde, inicialmente en 0, está dada por las ecuaciones:

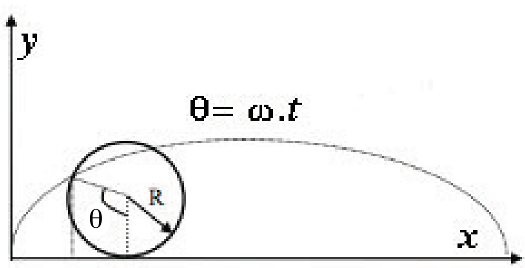
$x = R(\omega \text{ t} - \text{sen } \omega \text{ t})$

$y = R(1 - \cos \omega \text{ t}),$

donde $\omega = |\vec{v}_0| / R$ es la velocidad angular de la llanta y t se mide desde el instante en que el punto está inicialmente en contacto con el plano.

b) Hallar las componentes de la velocidad y de la aceleración del punto.

c) Dibujar los vectores velocidad y aceleración en un dado instante.



14- (opcional)

a) Encuentre el radio de curvatura del punto más alto de la trayectoria de un proyectil disparado con un ángulo inicial α con respecto a la horizontal. (Sugerencia: En el punto máximo, la velocidad es horizontal y la aceleración vertical).

b) Evaluar para: $\alpha = 30°$ y $|\vec{v}_0| = 10$ m/s.

c) Con los datos del proyectil (b), calcule el radio de curvatura cuando está en la mitad de altura al subir y al bajar, interpretar.

Respuestas

Se ha adoptado el módulo de $\vec{g}$: $|\vec{g}|$ = 10 m/s².

1_Cinemática en una dimensión

Movimiento rectilíneo y uniforme

1- 1) $x_N(t) = 2$ m $\quad x_G(t) = -3$ m + 3 m/s t
(t_E = 5/3 s)

2) $x_N(t) = 3$ m – 1 m/s t $\quad x_G(t) = -1$m/s t
(t_E = no existe)

3) $x_N(t) = 1$ m +1 m/s t $\quad x_G(t) = 3$ m – 3/2 m/s t
(t_E = 0,8 s)

4) $x_N(t) = -1{,}5$ m/s t $\quad x_G(t) = 1$ m/s t
(t_E = 0 s)

5) $x_N(t) = -3$ m + 3/2 m/s t $\quad x_G(t) = 1$ m/s (t – 1 s)
(t_E = 4 s)

2- a) $v = d/T$

b) Origen A $x(t) = (d/T)\, t$

Origen B $x(t) = -d + (d/T)\, t$

3- De elaboración personal.

4- De elaboración personal. ($t_E \approx$ 2,92 hs).

5- De elaboración personal. ($t_E \approx$ 2,66 hs).

6- a) y b) De elaboración personal.

c) $v_{media} = <v> = 2 \,.\, v_1 . v_2 / (v_1 + v_2)$ = 24 km/h

7- a) v_{min} = 4 m/s

b) De elaboración personal.

c) v_{min} = 6 m/s

Movimiento rectilíneo uniformemente variado

8- a) De elaboración personal

b) $x_1(t)$ = 1 m + 0 m/s t + 3 m/s² t^2
$x_2(t)$ = 1 m + 2 m/s t + 3 m/s² t^2
$x_3(t)$ = –1 m – 2 m/s t + 3 m/s² t^2
$x_4(t)$ = –3 m – 4 m/s t – 3 m/s² t^2
$x_5(t)$ = 3 m + 0 m/s t – 3 m/s² t^2
$x_6(t)$ = 3 m + 4 m/s t – 3 m/s² t^2

9- a) El auto marcha adelante de la moto.

b) t_E = 8 s; x_E = 120 m.

c) $|v_A|$= 5 m/s

d) y e) De elaboración personal.

10- De elaboración personal

11- a) De elaboración personal

b) $|a_{min}| = 4$ m/s^2

c) $|a_{min}| = 4{,}54$ m/s^2

d) De elaboración personal.

12- 0,75 m/s^2 ≤ $|a|$ ≤ 1,25 m/s^2

13- a) De elaboración personal.

b) $v_{media} = \langle v \rangle = 0$ m/s

c) $0 \le t \le 8$ s:
$a = 5$ m/s^2
$v(t) = 5$ m/s^2 t
$x(t) = 5/2$ m/s^2 t^2

$8 < t \le 14$ s:
$a = -10$ m/s^2
$v(t) = 40$m/s $- 10$ m/s^2 $(t - 8$ s$)$
$x(t) = 160$ m $+ 40$ m/s $(t - 8$ s$) - 5$ m/s^2 $(t - 8$ s$)^2$

$t > 14$ s:
$a = 0$
$v(t)) = -20$ m/s
$x(t) = 220$ m $- 20$ m/s $(t - 14$ s$)$

14- a) $t_E = 20$ s

b) $x_E = 500$ m

c) $|v_P| = 50$ m/s

d) De elaboración personal.

15- a)

16- Considerando $\hat{y}$ hacia arriba e $y = 0$ m en el suelo

a) $\vec{r}(t = 3$ s$) = 40$ m $(\hat{y})$;

$\vec{v}(t = 3$ s$) = 15$ m/s $(-\hat{y})$;

$\vec{a} = \vec{g} = 10$ m/s $(-\hat{y})$.

b) $t_{suelo} \approx 4{,}7$ s

c) $t_E = 1$ s ; $y_E = 50$ m.

d) De elaboración personal.

17- a) De elaboración personal.

b) $|v| = 112$ m/s ; $d = 620$ m.

c) De elaboración personal.

d) $|v| = 88$ m/s ;

$d = 380$ m+ 2 x 7,2 m = 394,4 m.

18- a) **H** = 259,2 ; b) $t_{piso} = 7{,}2$ s; c) $|v| = 72$ m/s

19- $|v| = 50$ m/s

20- a) d = 26 m; $t = 1$ s ;

b) $|v_p| = 20$ m/s

c) $d = 46$ m; $t = 3$ s ; $|v_p| = 0$ m/s

d) De elaboración personal.

21- a) $t_E = 2$ s $y_E = 0$ m.

b) De elaboración personal.

22- a) $|v_{max}| = 40$ m/s

b) $|y_{max}| = 180$ m

c) De elaboración personal.

23- a) $t_E \approx 3{,}7678$ s $x_E \approx 2{,}82$m

b) $v_A(t = t_E) \approx 18{,}11$ m/s; $v_B(t = t_E) \approx -22{,}4$ m/s.

c) De elaboración personal.

Movimiento con aceleración dependiente del tiempo

24- $x(t = 10$ s$) = 1670$ m $v(t = 10$ s$) = 508$ m/s
$a(t = 10$ s$) = 108$ m/s^2

25- a) $v_{media} = 4$ m/s; $a_{media} = 16$ m/s^2.

b) De elaboración personal.

26- a) $t = 5{,}27$ s

b) $a\ (t = 5{,}27$ s$) = 19{,}62$ m/s^2; $a_m = 3{,}8$ m/s^2.

c) De elaboración personal.

27- a) $v(t) = v_0 + a_0\,(t - t_0)$;

$x(t) = x_0 + v_0\,(t - t_0) + ½\, a_0\,(t - t_0)^2$

b) $v(t) = v_0 + a_0/\omega\,[\text{sen}\,(\omega\, t) - \text{sen}\,(\omega\, t_0)]$;

$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) - a_0/\omega^2\,[\cos\,(\omega\, t) - \cos(\omega\, t_0)]$
$- a_0/\omega\ \text{sen}\,(\omega\, t_0)\,(t - t_0)$

c) $v(t) = v_0 + \text{A}/3\,(t^3 - t_0^3)$;

$x(t) = x_0 + [v_0 - 1/3\ \text{A}\ t_0^3]\,(t - t_0) + 1/12\ \text{A}\,(t^4 - t_0^4)$

28- De elaboración personal.

29- $x(t_0 = 0$ s$) = 0$ m $v(t_0 = 0$ s$) = 0$ m/s

a) $x(t) = \text{A}\ t^3/6 - \text{B}\ t^4/12$;

$v(t) = \text{A}\ t^2/2 - \text{B}\ t^3/3$

b) De elaboración personal.

c) $v_{max} = \text{A}^3/(6\ \text{B}^2) = 20$ m/s

2_Cinemática en dos dimensiones

1- b) $\Delta\vec{r} = 9 \text{ cm } \hat{x} - 12 \text{ cm } \hat{y}$

$\vec{v}_{media} = 3 \text{ cm/s } \hat{x} - 4 \text{ cm/s } \hat{y}$

$\vec{a}_{media} = -1{,}66 \text{ cm/s}^2 \hat{x} + 4 \text{ cm/s}^2 \hat{y}$

c) La trayectoria debe pasar por los puntos K y L, y ser tangente a los respectivos vectores velocidad, teniendo en cuenta el sentido del movimiento.

2- b) Tiempo:
Para el circuito completo: = 57,12 s
Tramo AB: = 14,28 s
Tramo AC: = 28,56 s
c) Vector aceleración media :
Tramo AC: = – 0,35 m/s² $\hat{x}$
Tramo CD: = 0,35 m/s² $\hat{x}$ + 0,35 m/s² $\hat{y}$
($\hat{x}$ tiene la dirección y sentido del movimiento del corredor en A y $\hat{y}$ la del corredor en D)
d) La aceleración instantánea en los puntos A y B es nula, y en los puntos C y D apunta hacia el centro de la pista.
e) Vector velocidad media: 0
Velocidad escalar media: 5 m/s

Tiro oblicuo

3- a) $t_V = 6$ s

b) $H_{max} = 45$ m

c) $x_{alcance} = 240$ m

d) $\vec{v}\,(t = 5 \text{ s}) = (40, -20)$ m/s

e) $\vec{v}_{final}(t = 6\text{s}) = (40, -30)$ m/s

f) $\Delta\vec{r}\,(t = 0 \text{ s} \rightarrow t = t_{max}) = (120, 45)$ m

$\Delta\vec{r}\,(t = 0 \text{ s} \rightarrow t = t_{alcance}) = (240, 0)$ m

$\vec{v}_m\,(t = 0 \text{ s} \rightarrow t = t_{max}) = (40{,}15)$ m/s

$\vec{v}_m\,(t = 0 \text{ s} \rightarrow t = t_{alcance}) = (40, 0)$ m/s

$\vec{a}_m\,(t = 0 \text{ s} \rightarrow t = t_{max}) = (0,-10)$ m/s²

$\vec{a}_m\,(t = 0 \text{ s} \rightarrow t = t_{alcance}) = (0,-10)$ m/s²

4- a) $d_{encima} = 3{,}25$ m

b) $d_{otro\ lado} = 4{,}5$ m

5- a) $H_{partida} = 4{,}4$ m

b) $\vec{v}_{manos} = (6, -8)$ m/s; $|\vec{v}_{manos}| = 10$ m/s.

c) $y(x) = 4{,}4 \text{ m} - 5\, x^2 / (36 \text{ m})$

6- a) $|\vec{v}_A| = 5$ m/s; $|\Delta\vec{y}| = 7{,}5$ m.

$\vec{v}_B = (4{,}33\ ;\ -12{,}5)$ m/s; $|\vec{v}_B| = 13{,}23$ m/s.

7- a) De elaboración personal.

b) De elaboración personal.

c) $x_{max} = v_o^2 \text{ sen } (2\alpha) / g \qquad y_{max} = v_o^2 \text{ sen}^2 (\alpha) / (2g)$

d) $\vec{v}_{y\,max} = v_{ox}\,\hat{x}$; $\vec{v}_A = v_{ox}\,\hat{x} - v_{o\,y}\,\hat{y}$; $\vec{a}_{ymax} = \vec{a}_A = g\,(-\hat{y})$

($\hat{x}$ es horizontal en el sentido de movimiento; $\hat{y}$ es vertical hacia arriba, el origen de coordenadas está en el punto de lanzamiento)

8- a) $x_{alcance} = 42{,}2$ m

b) $\vec{v}_{piso} \approx (5{,}7\ ;\ -63)$ m/s

9- a) ángulo ≈ 56°

b) $H_{impacto} \approx 1{,}2$ m

c) De elaboración personal

10- a) De elaboración personal.

b) $v_x(t) = -3{,}6$ m/s $\qquad v_y(t) = 3{,}6 \text{ m/s}^2\ t$

$\vec{a} = (0\ ;\ 3{,}6)$ m/s²

c) acelerando, gira en dirección $\hat{y}$

d) $\Delta\vec{r} = (-10{,}8\ ;\ 16{,}2)$ m;

$\vec{v}_{media} = (-3{,}6\ ;\ 5{,}4)$ m/s;

$\vec{a}_{media} = (0\ ;\ 3{,}6)$ m/s².

Movimiento circular

La unidad de frecuencia en el Sistema Internacional (SI) es el *hertz*, que implica ciclos por segundo; la unidad SI de velocidad angular es el *radián por segundo*. Aunque sería formalmente correcto escribir estas dos unidades como segundo a la potencia menos uno, el empleo de nombres diferentes sirve para subrayar la diferente naturaleza de las magnitudes consideradas. El hecho de utilizar la unidad radián por segundo para expresar la velocidad angular y el hertz para la frecuencia, indica también que debe multiplicarse por 2π el valor numérico de la frecuencia en hertz para obtener el valor numérico de la velocidad angular correspondiente en radianes por segundo.

11- a) $\omega = 83{,}3\pi$ rad/s

b) $|\vec{v}| = 15{,}7$ m/s

c) $f = 41{,}66$ Hz.

12- a)1 s; 30 v ;

b) $|\vec{v}_{10}| = 0{,}2\,\pi$ m/s;

$|\vec{v}_{20}| = 0{,}4\,\pi$ m/s;

$|\vec{v}_{30}| = 0{,}6\,\pi$ m/s.

13- r = 5102 m (aproximadamente)

14- a) $\omega = \omega_0 / 3$

b) $f = f_0 / 3$

c) $|\vec{a}_c| = |\vec{a}_{c0}| / 9$

15- a) $|\vec{v}_E| \approx 463$ m/s = 1665 km/h

b) $|\vec{v}_T| \approx 425$ m/s =1530 km/h

c) $|\vec{v}_P| = 0$ m/s

16- a) $|\vec{a}_C| = 0{,}034$ m/s^2

b) $\tau = 5062$ s $\approx 1{,}4$ h

17- a) 5 rad/s;

b) 25 m/s^2 ;

c) no cambia.

18- a) $|\omega| = 0{,}0172$ rad/día

b) $|\vec{v}| = 29861$ m/s (aprox.)

c) $\theta = 0{,}516$ rad = 29° 33'

d) $|\vec{a}| = 5{,}9\ 10^{-3}$ m/s^2.

19- $t = 816.6$ días

20- a) $|\omega| = \pi/2700$ rad/s

b) $|\vec{v}| = 7760$ m/s.

c) De elaboración personal.

21- a) $|\omega| = 2{,}2$ rad/s

b) $T \approx 2{,}856$ s; $f \approx 0{,}36$ hertz

c) $t_{780°} \approx 6$ s

d) $t_{12rev} \approx 34{,}33$ s

e) $\vec{v}_1(r = \hat{y}) = (2{,}2$ m/s; $0)$; $\vec{v}_2(r = \hat{x}) = (0; -2{,}2$ m/s$)$;

$\vec{v}_3(r = -\hat{y}) = (-2{,}2$ m/s; $0)$; $\vec{v}_4(r = -\hat{x}) = (0; 2{,}2m/s)$;

$\vec{a}_1(r = \hat{y}) = (0; -4{,}84$ m/s$^2)$; $\vec{a}_2(r = \hat{x}) = (-4{,}84$ m/s^2; $0)$;

$\vec{a}_3(r = -\hat{y}) = (0; 4{,}84$ m/s$^2)$; $\vec{a}_4(r = -\hat{x}) = (4{,}84$ m/s^2; $0)$.

22- a) $|\vec{v}| = 31{,}4159$ cm/s , en todos los puntos.

b) $f_B = 0{,}56$ hertz

c) $|a_x| = v_t^2/R_A = 329$ cm/s^2 ; $a_y = 0$ cm/s^2;

$|a_z| = v_t^2/R_B = 109{,}7$ cm/s^2.

23- a) $\theta(t) = 10\ t^4 - 8\ t^3 + 8\ t^2$

b) $\omega(t) = 40\ t^3 - 24\ t^2 + 16\ t$

c) En un sistema de referencia donde los ángulos se miden a partir del versor $\hat{x}$ en sentido hacia el versor $\hat{y}$.

$\vec{v}\,(t = 0{,}3\text{ s}) = -2{,}68$ m/s $\hat{x} + 4{,}02$ m/s $\hat{y}$

$\vec{a}\,(t = 0{,}3\text{ s}) = -23{,}88$ m/s^2 $\hat{x} + 3{,}42$ m/s^2 $\hat{y}$

24- En un sistema de referencia en que los ángulos se miden en sentido antihorario:

a) $\gamma_A = \pi/4$ 1/s^2

$\omega_A(t) = -4\pi$ 1/s $+ \pi/4$ 1/s^2 t

$\Delta\theta_A = -4\pi$ 1/s $t + \pi/8$ 1/s^2 t^2

$\gamma_B = \pi$ 1/s^2

$\omega_B(t) = -8\pi$ 1/s $+ \pi$ 1/s^2 t

$\Delta\theta_B = -8\pi$ 1/s $t + \pi/2$ 1/s^2 t^2

b) $t_\omega = 16/3$ s $\approx 5{,}33$ s; $t_v = 48/7$ s $\approx 6{,}86$s

c) $\Delta\theta_A(t_\omega) = -160/9\ \pi$ rad $\approx -17{,}8\ \pi$ rad

$\Delta\theta_B(t_\omega) = -256/9\ \pi$ rad $\approx -28{,}5\ \pi$ rad

$\Delta\theta_A(t_v) = -1056/49\ \pi$ rad $\approx -21{,}55\ \pi$ rad

$\Delta\theta_B(t_v) = -1536/49\ \pi$ rad $\approx -31{,}35\ \pi$ rad

25- El ángulo θ se mide desde el punto A en sentido antihorario.

a) $\gamma_G(t) = 0$ 1/s^2

$\omega_G(t) = -\pi$ 1/s

$\theta_G(t) = -\pi$ 1/s t

$\gamma_M(t) = -\pi$ 1/s^2

$\omega_M(t) = -\pi$ 1/s $- \pi$ 1/s^2 t

$\theta_M(t) = \pi/2 - \pi$ 1/s $t - \pi/2$ 1/s$^2 t^2$

$t_E = 1$ s ; $\theta_M(t_E) = \theta_G(t_E) = -\pi$ rad

b) $\omega_G(t_E) = -\pi$ rad/s

$\vec{v}_G(t_E) = 7{,}5\ \pi$ m/s $\hat{y}$

$\vec{a}_G(t_E) = 7{,}5\ \pi^2$ m/s^2 $\hat{x}$

$\omega_M(t_E) = -2\ \pi$ rad/s

$\vec{v}_M(t_E) = 15\ \pi$ m/s $\hat{y}$

$\vec{a}_M(t_E) = 7{,}5\ \pi$ m/s^2 $\hat{y} + 30\ \pi^2$ m/s^2 $\hat{x}$

26 - De elaboración personal

3_Movimiento relativo

1- De elaboración personal.

Verdaderos: a)-h)-j)-k)

2- Respecto de tierra $|\Delta\vec{x}|$= 3795 m y $|\Delta\vec{y}|$= 800 m;

repecto del avión $|\Delta\vec{x}|$= 0 m y $|\Delta\vec{y}|$= 800 m.

$\vec{v}_{PT}$ (y= 0 m) = (300,–126,5) m/s

$\vec{v}_{PA}$ (y= 0 m) = (0,–126,5) m/s.

($\hat{x}$ es horizontal en el sentido del mov del avión e $\hat{y}$ vertical apuntando hacia arriba).

3- a) $\vec{v}_{JD}$ = –2,5 m/s $\hat{x}$

($\vec{v}_{JT}$=–1,5 m/s $\hat{x}$; $\vec{v}_{DT}$=1 m/s $\hat{x}$) ;

$\vec{v}_{casaJ\ D}$ = –1 m/s $\hat{x}$

$\vec{v}_{casaD\ D}$ = –1m/s $\hat{x}$

b) $x_{JD}(t)$ = 900 m – 2,5 m/s $t \rightarrow x_{JD}(t_E)$ = 0 m

c) t_E = 360 s (6 min)

$x_{casaJ\ D}(t_E)$= 540 m

$x_{casaD\ D}(t_E)$= –360 m

d) De elaboración personal

4- a) a_{NB} = –3 m/s^2

$v_{NB}(t)$ = –3 m/s^2 t

$x_{NB}(t)$ = 24 m – 1,5 m/s^2 t^2

b) De elaboración personal

5- $|a| \geq (v_1 - v_2)^2/$ (2.**d**)

6- $|\vec{v}_{BR}|$ = 9 m/s

$|\vec{v}_{RT}|$ = 1 m/s

7- d = 1200 m

8- $|\vec{v}_{gT}|$ = 5,77 km/h

$|\vec{v}_{gA}|$= 11,54 km/h

9- $|\vec{v}_{cT}|$ = 25,227 km/h **S** 37,55° **O**

10- a) $|\vec{v}_{aT}|$ = 382,4 km/h **E** 9,6° **N**

b) t_{vuelo} = 1,05 h

11- a) $|\vec{v}_{VT}|$ = 9 km/h

b) $|\vec{v}_{VB}|$ = 12 km/h

12- a) α = 37°

b) $|\vec{v}_{RT}|$ = 5 km/h

c) t =10 min; $d \approx$ 1333m

Opcionales

13- a) De elaboración personal.

b) v_x = R ω [1 – cos (ωt)];

v_y = R ω sen (ωt);

a_x = R ω^2 sen (ωt);

a_y = R ω^2 cos (ωt).

c) De elaboración personal.

14- a) R = (v_0 . cosα)^2 / g

b) v_x^2/g ≈ 7,5 m

c) sube v_x= 8,66 m/s v_y = 3,5 m/s

h_{max}= 1,25 m $h_{max}/2$ = 0,625 m

1) t_{subida}= 0,146 s $|v_{subida}|^2$ = 87,56 (m/s)^2

β (0,146 s)=arctan v_y/v_x =22,24°

a_n = 10 m/s^2 . cos β = 9,256 m/s^2

R (t=0,146s) = 87,56 (m/s)^2/ 9,256 m/s^2= 9,45 m

2) Da lo mismo por la simetría del problema, hagámoslo:

t_{bajada} = 0,854 s $|v_{bajada}|^2$ = 87,56 (m/s)^2

β (0,854s) = arctan (v_y/v_x) = – 22,24°

a_n= 10 m/s^2 . cos β = 9,256 m/s^2

R (t = 0,854 s) = 87,56 (m/s)^2/9,256m/s^2 = 9,45 m