

Unidad 1

Magnitudes físicas

1_Magnitudes y unidades

1- ¿Qué objetos, instrumentos o aparatos de medición conoce para medir longitudes, corrientes eléctricas, masa, peso? Enumerarlos y caracterizarlos.

2- ¿Cuáles de las siguientes magnitudes son fundamentales en el sistema MKS-Internacional?

Área	Volumen
Masa	Aceleración
Fuerza	Velocidad

3- Completar los siguientes enunciados, adoptando la notación científica, por ejemplo:

$$2000 \text{ m} = 2 \times 10^3 \text{ m}$$

- En 800 gramos hay _____ kilogramos.
- En 1000 cm hay _____ pulgadas.
- 83 horas equivalen a _____ minutos o a _____ segundos.
- Un pie equivale a _____ milímetros.
- 16 km equivalen a _____ centímetros.

4- El espesor de una moneda es de 2 mm, ¿cuál es el espesor total de 6 monedas superpuestas una sobre la otra? Expresar el resultado en nm, en km y en m.

5- Calcular cuántos segundos tarda un haz de luz enviado desde la Tierra a la Luna en ir y volver, sabiendo que la distancia media entre la Tierra y la Luna es 384 400 km (238,855 millas), y que un haz de luz recorre 3×10^8 m en un segundo.

6- Expresar 320 kg/m^3 en gr/cm^3 .

7- Si x y x_0 son longitudes, v_0 es una velocidad, a es la aceleración y, finalmente, t y t_0 son tiempos, demostrar que las expresiones siguientes son dimensionalmente correctas:

$$x = x_0 + v_0 (t - t_0) + 1/2 a (t - t_0)^2;$$

$$v - v_0 = a (t - t_0)$$

8- Analizando las dimensiones de las siguientes ecuaciones indicar cuáles son incorrectas. ¿Puede asegurar que las restantes son válidas?

x : posición, v : velocidad, a : aceleración, t : tiempo, F : Fuerza, V = Volumen, A = área; h = altura. (Obtener de las tablas de la página siguiente las unidades de cada una de las magnitudes involucradas).

$$t = v_0^2 \text{ sen} \alpha / (3a)$$

$$x - x_0 = v_0^2 / (2a)$$

$$1/2 m v^2 = F d^2$$

$$F/A = m a h / V$$

$$m v = F (t - t_0)^2$$

9- Considere un promedio de 60 latidos por minuto y calcule el número total de latidos durante una vida de 80 años.

10- Los cabellos crecen en promedio 0,35 mm diarios. ¿Cuántos km crecerán en un segundo?

11- Una persona en reposo realiza 12 respiraciones por minuto; si en cada entrada y salida de aire moviliza 500 ml, ¿cuántos m^3 movilizará en un día?

12- Área de superficie corporal (ASC) es la medida o cálculo de la superficie del cuerpo humano, o superficie de su piel. La manera más simple de calcularlo es con la siguiente ecuación:

$$ASC = \sqrt{\frac{\text{Peso} \cdot \text{Altura}}{3600}}$$

(donde el área está expresada en m^2 , si medimos los pesos en kgf y las alturas en cm).

Calcule su propia ASC en metros cuadrados y exprese la en centímetros cuadrados.

Prefijos más usados

Prefijo	Símbolo	Número		Notación exponencial
exa	E	1.000.000.000.000.000.000	un trillón	10^{18}
peta	P	1.000.000.000.000.000	mil billones	10^{15}
tera	T	1.000.000.000.000	un billón	10^{12}
giga	G	1.000.000.000	mil millones	10^9
mega	M	1.000.000	un millón	10^6
kilo	k	1.000	mil	10^3
hecto	h	100	cien	10^2
deca	da	10		10^1
ninguno		1	una decena, diez	10^0
deci	d	0,1	un décimo	10^{-1}
centi	c	0,01	un centésimo	10^{-2}
mili	m	0,001	un milésimo	10^{-3}
micro	μ	0,000001	un millonésimo	10^{-6}
nano	n	0,000000001	un milmillonésimo	10^{-9}
pico	p	0,000000000001	un billonésimo	10^{-12}
femto	f	0,000000000000001	un milbillonésimo	10^{-15}
atto	a	0,000000000000000001	un trillonésimo	10^{-18}

Unidades básicas

Magnitud	Nombre	Símbolos
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Intensidad de corriente eléctrica	ampere	A
Temperatura termodinámica	kelvin	K
Cantidad de sustancia	mol	mol
Intensidad luminosa	candela	cd

Unidades SI derivadas expresadas a partir de unidades básicas y suplementarias.

Magnitud	Nombre	Símbolos
Superficie	metro cuadrado	m ²
Volumen	metro cúbico	m ³
Velocidad	metro por segundo	m/s
Aceleración	metro por segundo cuadrado	m/s ²
Número de ondas	metro a la potencia menos uno	m ⁻¹
Densidad	kilogramo por metro cúbico	kg/m ³
Velocidad angular	radián por segundo	rad/s
Aceleración angular	radián por segundo cuadrado	rad/s ²

Unidades SI derivadas con nombres y símbolos especiales.

Magnitud	Nombre (Símbolo)	Unidades SI básicas o derivadas
Frecuencia	hertz (Hz)	s ⁻¹
Fuerza	newton (N)	m·kg·s ⁻²
Presión	pascal (Pa)	m ⁻¹ ·kg·s ⁻² o N·m ⁻²
Energía, trabajo	joule (J)	m ² ·kg·s ⁻² o N·m
Potencia	watt (W)	m ² ·kg·s ⁻³ o J·s ⁻¹

Unidades derivadas sin dimensión.

Magnitud	Nombre	Símbolo
Ángulo plano	Radián	rad
Ángulo sólido	Estereorradián	sr

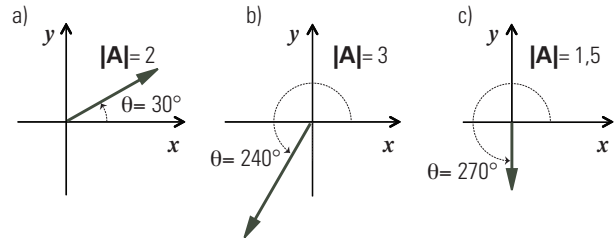
2_Vectores

En este capítulo los vectores se denotan con letra mayúscula y negrita; y su módulo se indica entre barras: **A**, **|A|**.

1- Determinar el módulo y la dirección de los siguientes vectores. Representar gráficamente.

- a) **A** = (-4; 3) b) **B** = (2; 0)
- c) **C** = (-2; -3) d) **D** = (0; -5)

2- Hallar las componentes cartesianas de los siguientes vectores:



3- Hallar analíticamente las componentes polares, módulo y ángulo con el eje horizontal x, ρ y θ respectivamente, del vector **C** = **A** + **B**.

- a) **A** = (-3; 2) **B** = (-2; 5)
- b) **A** = (1; -1,732) **B** = (1; -1,732)
- c) **A** = (-2; -4) **B** = (2; 4)
- d) **A** = (0; -2) **B** = (-2; 0)
- e) **A** = (2; 2) **B** = (-2; 2)

4- Dados los vectores **A** y **B** indicados, hallar gráficamente su suma o *resultante*, y su diferencia **A** - **B**.

- a) **A** = (-3; 2) **B** = (-2; 5)
- b) **A** tal que **|A|** = 2, θ = 240 °
B tal que **|B|** = 3, θ = 135 °
- c) **A** = (-2; 0) **B** = (0; 4)

5- Sean **A** y **B** los vectores dados en el ejercicio anterior. Hallar analíticamente las componentes cartesianas y polares del vector **A** + **B**, y del **A** - **B**. ¿El módulo del vector suma, **A** + **B**, es igual a la suma de los módulos de **A** y de **B**?

6- Encontrar y graficar para el ejercicio anterior el vector **C** tal que **C** + (**A** + **B**) = 0, al que más adelante llamaremos *equilibrante del sistema*.

7- Decir si es *Verdadero* o *Falso* y justificar:

- a) El módulo del vector **A** + **B** es siempre igual a la suma de los módulos de **A** y de **B**.
- b) El módulo del vector **A** + **B**, puede ser menor que la suma de los módulos de **A** y de **B**.
- c) El módulo del vector **A** + **B** es siempre mayor al módulo del vector **A** - **B**
- d) El módulo del vector **A** + **B** puede ser menor que el módulo del vector **A** - **B**
- e) El módulo del vector **A** - **B**, es siempre igual a la resta de los módulos de **A** y de **B**.

8- ¿Qué propiedades tienen los vectores **A** y **B** tales que:

- a) $\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C}$ y $|\mathbf{A}| + |\mathbf{B}| = |\mathbf{C}|$
- b) $\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{A} - \mathbf{B}$.
- c) $\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C}$ y $|\mathbf{A}|^2 + |\mathbf{B}|^2 = |\mathbf{C}|^2$

9- Hallar el vector que tiene origen en el punto **A** y extremo en el punto **B**:

- a) $\mathbf{A} = (2; -1)$ y $\mathbf{B} = (-5; -2)$.
- b) $\mathbf{A} = (2; -5; 8)$ y $\mathbf{B} = (-4; -3; 2)$.

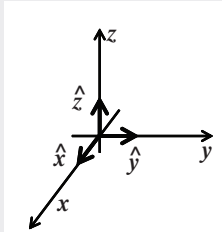
10- Sabiendo que los vectores **A** y **B** son los dados en el ejercicio 4. Calcular para cada caso el vector **D** que cumple:

- (I) $\mathbf{A} + \mathbf{D} = \mathbf{B}$ y (II) $\mathbf{A} + \mathbf{B} + \mathbf{D} = \mathbf{F} = (10; 10)$.

Versor

Un *vector unitario* o *versor* es un vector de módulo uno.

Los versores cartesianos permiten expresar analíticamente los vectores por medio sus componentes cartesianas.



11- Escribir los vectores del ejercicio 1 utilizando versores.

12- Dados los vectores: $\mathbf{A} = 3 \hat{x} + 2 \hat{y} + 3 \hat{z}$, $\mathbf{B} = 4 \hat{x} - 3 \hat{y} + 2 \hat{z}$ y $\mathbf{C} = -2 \hat{y} - 5 \hat{z}$, efectuar las siguientes operaciones:

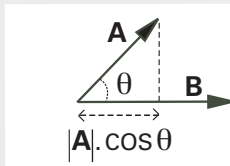
- a) $(\mathbf{A} - \mathbf{B}) / |\mathbf{C}| + \mathbf{C}$
- b) $5 \mathbf{A} - 2 \mathbf{C}$
- c) $-2 \mathbf{A} + \mathbf{B} - (\mathbf{C}/5)$

Producto Escalar

Se define *producto escalar* de dos vectores

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = |\mathbf{A}| |\mathbf{B}| \cos \theta,$$

donde θ es el ángulo que forman los dos vectores.



13- Sean \hat{x} , \hat{y} , \hat{z} , los versores asociados con las direcciones de los ejes cartesianos de la terna derecha del recuadro gris intitulado "Versor".

$$\hat{x} = (1; 0; 0) \quad \hat{y} = (0; 1; 0) \quad \hat{z} = (0; 0; 1)$$

Calcular:

- a) $\hat{x} \cdot \hat{x}$, $\hat{x} \cdot \hat{y}$, $\hat{x} \cdot \hat{z}$
- b) $\hat{y} \cdot \hat{x}$, $\hat{y} \cdot \hat{y}$, $\hat{y} \cdot \hat{z}$
- c) $\hat{z} \cdot \hat{x}$, $\hat{z} \cdot \hat{y}$, $\hat{z} \cdot \hat{z}$

14- Usando la propiedad distributiva del producto escalar respecto a la suma y los resultados del ejercicio anterior, demostrar que si:

$$\mathbf{A} = A_x \hat{x} + A_y \hat{y} + A_z \hat{z}$$

$$\mathbf{B} = B_x \hat{x} + B_y \hat{y} + B_z \hat{z}$$

entonces:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

15- Efectuar el producto escalar de los vectores **A** y **B** y diga si en algún caso **A** es perpendicular a **B**.

- a) $\mathbf{A} = 3 \hat{x} - 2 \hat{y} + \hat{z}$ $\mathbf{B} = -\hat{x} + 3 \hat{z}$
- b) $\mathbf{A} = (2; 3; -1)$ $\mathbf{B} = (6; -5; 2)$
- c) $|\mathbf{A}| = 3$, $|\mathbf{B}| = 2$ y $\theta = 60^\circ$ (θ : ángulo entre **A** y **B**)

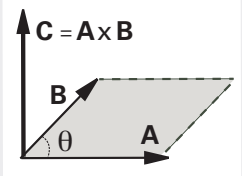
Producto Vectorial

Se define el *producto vectorial* como

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \mathbf{C}$$

tal que:

- $|\mathbf{C}| = |\mathbf{A}| \cdot |\mathbf{B}| \sin \theta$, donde θ es el ángulo que forman los dos vectores.



- **C** es un vector cuya dirección es perpendicular al plano determinado por **A** y **B**.

16- Sean \hat{x} , \hat{y} , \hat{z} , los versores de la terna derecha mostrada en el recuadro gris intitulado "Versor", calcular:

- a) $\hat{x} \times \hat{x}$, $\hat{x} \times \hat{y}$, $\hat{x} \times \hat{z}$
- b) $\hat{y} \times \hat{x}$, $\hat{y} \times \hat{y}$, $\hat{y} \times \hat{z}$
- c) $\hat{z} \times \hat{x}$, $\hat{z} \times \hat{y}$, $\hat{z} \times \hat{z}$

17- Usando la propiedad distributiva del producto vectorial respecto de la suma y los resultados del ejercicio anterior, demostrar que si:

$$\mathbf{A} = A_x \hat{x} + A_y \hat{y} + A_z \hat{z}$$

$$\mathbf{B} = B_x \hat{x} + B_y \hat{y} + B_z \hat{z}$$

entonces:

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (A_y B_z - A_z B_y) \hat{x} + (A_z B_x - A_x B_z) \hat{y} + (A_x B_y - A_y B_x) \hat{z}$$

18- Observar que se obtiene un resultado idéntico al anterior si se usa el *determinante del producto vectorial*:

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = (A_y B_z - A_z B_y) \hat{x} + (A_z B_x - A_x B_z) \hat{y} + (A_x B_y - A_y B_x) \hat{z}$$

19- Sean los vectores:

$\mathbf{A} = (3; 2; 1)$ $\mathbf{B} = (1; 0; -1)$ $\mathbf{C} = (0; -2; 4)$; calcular y graficar cuando corresponda.

- a) $\mathbf{B} \times \mathbf{C}$
- b) $-4(\mathbf{B} \times \mathbf{B}) - \mathbf{A}$
- c) $(\mathbf{A} + \mathbf{B}) \times \mathbf{C}$
- d) $(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{C}$

Producto Mixto

20- Sean los vectores $\mathbf{A} = (0, 0, 3)$, $\mathbf{B} = (8, 0, 0)$, $\mathbf{C} = (0, -2, 0)$, calcular, en coordenadas cartesianas, los siguientes productos mixtos. Indicar si la respuesta es un escalar o un vector. Graficar en los casos que corresponda.

- a) $\mathbf{D} = (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{C})$
- b) $\mathbf{D} = -4(\mathbf{B} \times \mathbf{B}) - \mathbf{A}$
- c) $\mathbf{D} = (\mathbf{A} \times \mathbf{C}) \cdot \mathbf{B}$
- d) $\mathbf{D} = (\mathbf{A} \times \mathbf{C}) \cdot (\mathbf{C} \times \mathbf{A})$
- e) $\mathbf{D} = (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot (\mathbf{A} - \mathbf{B})$

Teoremas del coseno y del seno

21- (Opcional) Haciendo uso de la propiedad distributiva del producto escalar y vectorial respecto de la suma, demostrar el *teorema del coseno* y *del seno* y especializar cuando uno de los ángulos es recto (*teorema de Pitágoras*)

Identidades

Cualesquiera que sean los vectores \mathbf{A} , \mathbf{B} o \mathbf{C} :

$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A}$
(anticonmutatividad)

$\mathbf{A} \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = 0$
(ortogonalidad)

Si $\mathbf{A} \neq 0$ y $\mathbf{B} \neq 0$ y $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = 0 \Rightarrow \mathbf{A} \parallel \mathbf{B}$
(paralelismo)

$(\mathbf{A} + \mathbf{B}) \times \mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{C} + \mathbf{B} \times \mathbf{C}$
(distributiva)

$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \mathbf{B}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) - \mathbf{C}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$

$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) + \mathbf{C} \times (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) + \mathbf{B} \times (\mathbf{C} \times \mathbf{A}) = 0$
(identidad de Jacobi)

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

$$\frac{\text{sen } \alpha}{a} = \frac{\text{sen } \beta}{b} = \frac{\text{sen } \gamma}{c}$$

